

3



محمود عوض



01202560239



الفهرس

◆ الوحدة الأولى : المعادلات

- مراجعة على التحليل ص ١
- حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين ص ٢
- حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد ص ٦
- حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الثانية ص ١٠

◆ الوحدة الثانية : الكسور الجبرية

- أصفار الدالة ص ١٤
- مجال الدالة الكسرية ص ١٥
- اختزال الكسر الجبرى ص ١٨
- تساوى كسرين جبريين ص ١٩
- جمع وطرح الكسور الجبرية ص ٢٢
- ضرب وقسمة الكسور الجبرية ص ٢٥
- المعكوس الضربى للكسر الجبرى ص ٢٩

◆ الوحدة الثالثة : الإحصاء

- الاحتمال ص ٣١
- أسئلة اختر تراكصى ص ٣٧

التحليل بإخراج العامل المشترك

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - \text{س}^2 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - \text{س}^2 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 6 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^4 \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

 معلم رياضيات
 محمود عوض

$$\begin{aligned}
 & \text{س}^2 - \text{س}^4 = \text{س} (\text{س} - \text{س}^3) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^3 - \text{س}^5 = \text{س}^3 (\text{س} - \text{س}^2) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^4 + \text{س}^6 = \text{س}^4 (\text{س} + \text{س}^2) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^4 - \text{س}^6 = \text{س}^4 (\text{س} - \text{س}^2) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 + \text{س}^6 = \text{س}^2 (\text{س}^2 + \text{س}^4) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^3 - \text{س}^2 + \text{س} = \text{س} (\text{س}^2 - \text{س} + 1) \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

أعداد لها جذور تربيعية مثل:

٤٩ ، ٣٦ ، ٢٥ ، ١٦ ، ٩ ، ٤ ، ١

الفرق بين مربعين

هو عبارة عن حدين لهما جذور تربيعية وبينهم (-) مثل : $\text{س}^2 - ٢٥$ ولو لقيت بينهم (+) ملوش تحليلتحليل الفرق بين مربعين = $(\sqrt{\text{الأول}} - \sqrt{\text{الثاني}}) (\sqrt{\text{الأول}} + \sqrt{\text{الثاني}})$

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 9 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 16 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 36 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 25 \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{س}^2 - 4 = (\text{س} - 2) (\text{س} + 2) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 - 1 = (\text{س} - 1) (\text{س} + 1) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^4 - 9 = (\text{س}^2 - 3) (\text{س}^2 + 3) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 - 81 = (\text{س} - 9) (\text{س} + 9) \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

الأعداد التي لها جذور تكعيبية مثل:

١٢٥ ، ٦٤ ، ٢٧ ، ٨ ، ١

مجموع مكعبين والفرق بينهما

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots = \text{س}^3 - 27 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^3 + 8 \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{س}^3 - 1 = (\text{س} - 1) (\text{س}^2 + \text{س} + 1) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^3 + 1 = (\text{س} + 1) (\text{س}^2 - \text{س} + 1) \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

تحليل المقدار الثلاثي البسيط $\text{س}^2 + \text{ب س} + \text{ج}$

قاعدة الإشارات: إذا كانت إشارة الأخير (+) يبقى الإشارتين زى إشارة الأوسط
 إذا كانت إشارة الأخير (-) يبقى الإشارتين مختلفتين والرقم الأكبر ياخذ إشارة الأوسط

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 + 4\text{س} + 4 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - 6\text{س} + 9 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 + \text{س} - 6 \quad \blacklozenge \\
 & \dots\dots\dots = \text{س}^2 - \text{س} - 1 \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{س}^2 + 5\text{س} + 6 = (\text{س} + 2) (\text{س} + 3) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 - 3\text{س} + 2 = (\text{س} - 1) (\text{س} - 2) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 + \text{س} - 12 = (\text{س} + 4) (\text{س} - 3) \quad \blacklozenge \\
 & \text{س}^2 - 2\text{س} - 15 = (\text{س} - 5) (\text{س} + 3) \quad \blacklozenge
 \end{aligned}$$

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

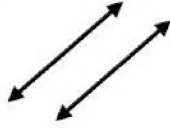
1 الدرس الأول

إذا كان المعادلتين على الصورة : $أ١ س + ب١ ص = ج١$ ، $أ٢ س + ب٢ ص = ج٢$ فإن :

ليس لهما حلول

$$\text{إذا كان } \frac{أ١}{ب١} = \frac{أ٢}{ب٢} \neq \frac{ج١}{ج٢}$$

أو المستقيمان متوازيان



م. ح = Φ
عدد الحلول = ٠

لهما عدد لا نهائى

$$\text{إذا كان } \frac{أ١}{ب١} = \frac{أ٢}{ب٢} = \frac{ج١}{ج٢}$$

أو المستقيمان منطبقان

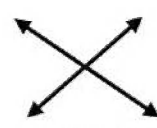


م. ح = { (س، ص) : اكتب أي معادلة من الـ ٢ }

لهما حل وحيد

$$\text{إذا كان } \frac{أ١}{ب١} \neq \frac{أ٢}{ب٢}$$

أو: المستقيمان متقاطعان



عدد الحلول = ١
م. ح = { (س، ص) }

الحل الجبرى بطريقة الحذف

- ١ اجعل المعادلتين على الصورة $أ س + ب ص = ج$ (الحد المطلق لوحده بعد =)
- ٢ خلى معاملات السينات متشابهة أو معاملات الصادات متشابهة (بضرب المعادلة كلها في رقم)
- ٣ اكتب المعادلتين في صورة أفقية تحت بعض (تأكد ان السينات تحت بعض والصادات تحت بعض وهكذا)
- ٤ لو المتشابهين ليهم نفس الإشارة اطرح المعادلتين ولو إشاراتهم مختلفة اجمع المعادلتين.
- ٥ هات قيمة المجهول وعوض عنها في أي معادلة هتجيبك قيمة المجهول التاني.

الحل الجبرى بطريقة التعويض

- ١ من إحدى المعادلتين هات قيمة ص بدلالة س أو قيمة س بدلالة ص
- ٢ عوض في المعادلة الثانية بالقيمة اللى جبتها
- ٣ فك الأقواس واجمع المتشابه
- ٤ احسب قيمة المجهول وعوض بيها في أي معادلة هتجيبك قيمة المجهول التاني

مثال على طريقة التعويض: حل المعادلتين $س + ص = ٤$ ، $س + ٢ ص = ٥$

الحل: $س - ٤ = ص$ بالتعويض في الثانية $س + ٢(س - ٤) = ٥$ $س + ٢ ص - ٨ = ٥$
 $٣ = س$ بالتعويض في الأولى $٣ - ٤ = ص$ $١ = ٣ - ٤ = ص$ $١ = ٣ - ٤ = ص$
 م. ح = { (١ ، ٣) }

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$٢س - ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤$$

الحل

بضرب المعادلة الأولى $\times ٢$

$$\begin{array}{r} ٤س - ٢ص = ٦ \\ س + ٢ص = ٤ \\ \hline ١٠ = ٥ \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$\begin{array}{l} ٢ = س \\ ٢ + ٢ص = ٤ \\ ٢ص = ٢ \Rightarrow ص = ١ \\ ٢س - ١ = ٣ \Rightarrow ٢س = ٤ \Rightarrow س = ٢ \end{array}$$

$$م. ح = \{ (٢, ١) \}$$

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٤ص = ٢٤ ، س - ٢ص = ٢$$

الحل

نظبط شكل المعادلة الثانية : $س - ٢ص = ٢$ بضرب المعادلة الثانية $\times ٣$

$$\begin{array}{r} ٣س - ٦ص = ٦ \\ ٣س + ٤ص = ٢٤ \\ \hline ١٠ص = ١٨ \end{array}$$

$$١٠ص = ١٨$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$٣س - ٢ = ٢ \Rightarrow ٣س = ٤ \Rightarrow س = \frac{٤}{٣}$$

$$م. ح = \{ (\frac{٤}{٣}, ١) \}$$

ملحوظة

لما تطرح إطرحة الرقمين بإشارتهما : يعنى مثلاً في مثال ٢ هتقول : $٢ - ٤$ نفس الكلام في الجمع ، خلاصة الكلام اتعامل مع الأرقام بإشاراتها

٤ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ،

فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم فأوجد مساحته.

الحل

نفرض أن الطول = س والعرض = ص

الطول يزيد عن العرض : \therefore الطول - العرض = الزيادة

$$\therefore س - ص = ٤$$

المحيط = ٢٨ ، \therefore محيط المستطيل = $٢(س + ص)$

$$\therefore ٢(س + ص) = ٢٨$$

$$\therefore س + ص = ١٤$$

$$\begin{array}{r} س - ص = ٤ \\ س + ص = ١٤ \\ \hline ٢س = ١٨ \end{array}$$

$$٢س = ١٨ \Rightarrow س = ٩$$

بالتعويض في $س - ص = ٤$

$$٩ - ص = ٤ \Rightarrow ص = ٥$$

$$المساحة = الطول \times العرض = ٩ \times ٥ = ٤٥ \text{ سم}^٢$$

٣ أوجد قيمتي أ، ب علمًا بأن (٣، ١) حلا للمعادلتين:

$$١س + ٣ب = ٥ ، ٣س + ١ب = ١٧$$

الحل

١ حل للمعادلة $١س + ٣ب = ٥$

نعوض عن س = ٣ ، ص = ١

$$\therefore ٣ \times ٣ + ١ \times ب = ٥ \Rightarrow ٩ + ب = ٥ \Rightarrow ب = -٤$$

٢ حل للمعادلة $٣س + ١ب = ١٧$

نعوض عن س = ٣ ، ص = ١

$$\therefore ٣ \times ٣ + ١ \times ب = ١٧ \Rightarrow ٩ + ب = ١٧ \Rightarrow ب = ٨$$

$$\begin{array}{r} ١٧ = ب - ١٩ \\ ٨ = ب - ٣ \\ \hline ٩ = ١٦ \end{array}$$

بالتعويض في ١

$$\therefore ٨ = ٣ - ٢ \times ٣$$

$$\therefore ٨ = ٦ - ٢ \Rightarrow ٢ = -٢$$



٢ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٤ص = ١١ ، ٢س + ص = ٤$$

الحل

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٧ص = ٧ ، ٥س - ص = ٣$$

الحل

الحل البياني

◆ مجموعة حل معادلتين من الدرجة الأولى بيانيا هي: نقطة تقاطع المستقيمين

◆ إذا توازى المستقيمان فإن م . ح = Φ

◆ إذا انطبق المستقيمان فإن مجموعة الحل هي: { (س ، ص) : واكتب أي معادلة من الاثنين }

٢ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين بيانيا :

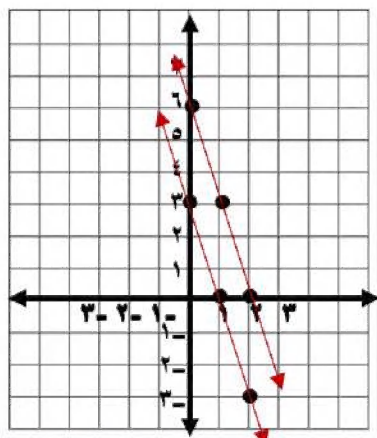
$$٣س + ٤ص = ١٢ ، ٢س + ص = ٣$$

$$\frac{١٢ - ٢س}{٢} = ص$$

$$٣س - ٣ = ص$$

٢	١	٠	س
٠	٣	٦	ص

٢	١	٠	س
٣	٠	٣	ص



م . ح = Φ

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين بيانيا :

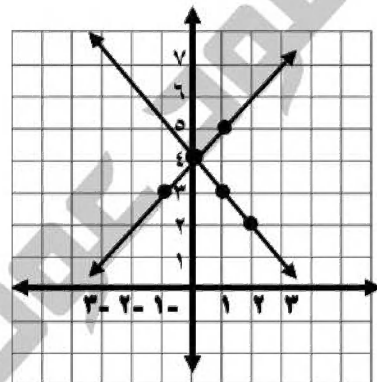
$$٤س + ٤ص = ٤ ، ٤س - ٤ص = ٤$$

$$٤س - ٤ص = ٤$$

$$٤س + ٤ص = ٤$$

٢	١	٠	س
٢	٣	٤	ص

١	٠	١	س
٥	٤	٣	ص



م . ح = { (٤, ٠) }

نفس خطوات تمثيل الدالة الخطية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ نقطة تقاطع المستقيمان $ص = ٢$ ، $س + ص = ٦$ هي

(أ) $(٦ ، ٢)$ (ب) $(٢ ، ٤)$ (ج) $(٤ ، ٢)$ (د) $(٢ ، ٦)$

٢ مجموعة حل المعادلتين $ص - ٢ = ١$ ، $٣س + ص = ١٠$ هي

(أ) $\{(٢, ٥)\}$ (ب) $\{(٢, ٤)\}$ (ج) $\{(١, ٣)\}$ (د) $\{(٣, ١)\}$

٣ عدد حلول المعادلتين $س + ص = ٢$ ، $س + س = ٣$ هو

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

الحل $\frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ ، $1 = \frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ ، $\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$ \therefore عدد الحلول = صفر أى : م.ح = Φ

٤ إذا كان للمعادلتين $س + ٧ = ٤ص$ ، $٣س + ك = ٢١$ عدد لا نهائي من الحلول فإن $ك =$

(أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٢١

الحل :: للمعادلتين عدد لا نهائي من الحلول :: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$:: $\therefore \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ (مقص) \therefore ك = ١٢

٥ إذا كان للمعادلتين $س + ص^2 = ١$ ، $س + ك = ص^2$ حل وحيد فإن ك لا يمكن أن تساوى

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

الحل $\frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}}$ $\therefore \frac{2}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}}$ (مقص) \therefore للمعادلتين حل وحيد \therefore ك لا يمكن أن تساوى ٤

٦ المستقيمان $3س + 5ص = 0$ ، $5س - 3ص = 0$ يتقاطعان في

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (ج) نقطة الأصل (د) الربع الثالث

٧ إذا كان المستقيمان $s + 3v = 4$ ، $s + v = 7$ متوازيين فإن $a = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٧

١) أوجد في $H \times H$ مجموعة حل المعادلتين $s^2 + v = 1$ ، $s + v^2 = 5$

٢ أوجد في ح^٢ مجموعة حل المعادلتين $٨ = س + ٢ ص$ ، $٩ = ٣ س + ص$

٣ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $ص = ١ - ٢س$ ، $ص = ٢ + ٥س$

٤ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $ص + ٤ = س$ ، $٣ س + ٢ ص = ٧$

٤ زاويتان حادثان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠ ، أوجد قياسهما

مستطیل طولہ یزید عن عرضہ بمقدار ۳ سم فاذا کان محیطہ ۲۲ سم فأوجد مساحتہ.

٦ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلتين $ص = ٣ - ٢س$ ، $٤ = ٢ص + س$

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد

الدرس
الثاني 2إذا كانت المعادلة على الصورة: $أس^٢ + بس + ج = ٠$ هنستخدم القانون العام:

القانون العام



$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$



أ : معامل $س^٢$
ب : معامل $س$
ج : الحد المطلق

خطوات حل المعادلة:

١ خلى المعادلة على الصورة $أس + ب ص + ج = صفر$ (وديهم كلهم قبل يساوى)يعنى لو كانت كده : $س^٢ = ٥س + ٣$ خليها كده : $س^٢ - ٥س - ٣ = ٠$

٢ خد من المعادلة قيم أ ، ب ، ج بإشارتهم الموجودة في المعادلة

يعنى لو المعادلة كده $س^٢ - ٥س - ٣ = ٠$ يبقى أ = ١ ، ب = -٥ ، ج = -٣

٣ عوض في القانون العام عن قيم أ ، ب ، ج واحسب اللى تحت الجذر لحد ما يبقى رقم واحد بس

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^٢ - ٤(-٣)(-١)}}{٢ \times ١} = \frac{٣٧ \pm ٥}{٢}$$

٤ افصل الناتج مرة بال (+) ومرة بال (-) واحسب القيمتين بالآلة الحاسبة

$$س = \frac{٣٧ + ٥}{٢} = ٢,٥٤١ \quad \text{و} \quad س = \frac{٣٧ - ٥}{٢} = ١٧$$

٥ اكتب الناجين في مجموعة الحل

زى كده : م . ح = { ٢,٥٤١ ، -١٧ }

ملاحظات

ملحوظة ١ : شايف - ب اللى فوق في القانون؟ دى معناها انك تعوض عن ب بس بإشارة مختلفة

ملحوظة ٢ : شايف ٢ أ اللى في المقام؟ شايفها؟ لا دى مقيهاش حاجة ، بس كويس انك شايفها

ملحوظة ٣ : إذا كان المميز $ب^٢ - ٤أج < ٠$ (صفر موجب) فإن المعادلة لها جذران وإذا كان $ب^٢ - ٤أج > ٠$ (صفر سالب) فإن المعادلة ليس لها حلول ، أي م . ح = Φ وإذا كان $ب^٢ - ٤أج = ٠$ (صفر) فإن المعادلة لها جذر واحد (أو جذران متساويان)



٢ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة
 $س^٢ - ٤س + ١ = ٠$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل

$$\begin{aligned} ١ &= أ \\ ٤ &= ب \\ ١ &= ج \end{aligned}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٤ \pm \sqrt{٤^٢ - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{-٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤}}{٢} = \frac{-٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢}$$

$$\frac{-٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢} = س \quad \text{أو} \quad \frac{-٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢} = س$$

$$س \approx ٠,٢٧ \quad \text{أو} \quad س \approx ٣,٧٣$$

$$س.م. = \{٠,٢٧, ٣,٧٣\}$$

١ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل
 المعادلة الآتية في ح : $س^٣ - ٥س + ١ = ٠$
 مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين

الحل

$$\begin{aligned} ٣ &= أ \\ ٥ &= ب \\ ١ &= ج \end{aligned}$$



$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^٢ - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣}$$

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٢٥ - ١٢}}{٦} = \frac{-٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦}$$

$$\frac{-٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦} = س \quad \text{أو} \quad \frac{-٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦} = س$$

$$س \approx ٠,٢٣ \quad \text{أو} \quad س \approx ١,٤٣$$

$$س.م. = \{٠,٢٣, ١,٤٣\}$$

٤ أوجد مجموعة حل المعادلة $(س - ٣)^٢ - ٥س = ٠$
 مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل



الأول لازم ن فك القوس

$$س^٢ - ٦س + ٩ - ٥س = ٠$$

$$س^٢ - ١١س + ٩ = ٠$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٩^٢ - ٤ \times ١ \times ٩}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٨١ - ٣٦}}{٢} = \frac{-٩ \pm \sqrt{٤٥}}{٢}$$

$$\frac{-٩ \pm \sqrt{٤٥}}{٢} = س \quad \text{أو} \quad \frac{-٩ \pm \sqrt{٤٥}}{٢} = س$$

$$س \approx ٠,٨٩ \quad \text{أو} \quad س \approx ١٠,١١$$

$$س.م. = \{٠,٨٩, ١٠,١١\}$$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة $س(س - ١) = ٤$
 باستخدام القانون العام مقربا الناتج لثلاثة أرقام

الحل

الأول لازم نضرب الـ س في القوس

$$س^٢ - س - ٤ = ٠$$

$$\begin{aligned} ١ &= أ \\ ١ &= ب \\ ٤ &= ج \end{aligned}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-١ \pm \sqrt{١^٢ - ٤ \times ١ \times ٤}}{٢ \times ١}$$



$$س = \frac{-١ \pm \sqrt{١ - ١٦}}{٢} = \frac{-١ \pm \sqrt{-١٥}}{٢}$$

$$\frac{-١ \pm \sqrt{-١٥}}{٢} = س \quad \text{أو} \quad \frac{-١ \pm \sqrt{-١٥}}{٢} = س$$

$$س \approx ١,٥٦٢ \quad \text{أو} \quad س \approx ٢,٥٦٢$$

$$س.م. = \{١,٥٦٢, ٢,٥٦٢\}$$

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - س = ٤$
 باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشري واحد

الحل

مساعدة : اوعي تنسى تنقل الـ ٤ قبل = بإشارة مخالفة

١ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٥س + ١ = ٠$
 باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشري واحد

الحل

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-..... \pm \sqrt{..... - ٤.....}}{٢.....}$$

$$\frac{\sqrt{.....} \pm}{.....} = \frac{\sqrt{.....} \pm}{.....}$$

$$\frac{\sqrt{.....} -}{.....} = س \quad \text{أو} \quad \frac{\sqrt{.....} +}{.....} = س$$

$$..... \cong س \quad \text{أو} \quad \cong س$$

م.ح = { ٠, ٢, ٢, ٣ } اتأكد بالآلة

٤ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة

$$١ = \frac{١}{س} + \frac{٨}{س^٢}$$

الحل

مساعدة : للتخلص من الكسور اضرب المعادلة كلها $\times س^٢$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٤س = ١$
 باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقمين عشريين

الحل

الحل البياني لمعادلة الدرجة الثانية

◆ مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية بيانيا هي : قيم s التي يقطعها المنحنى من محور السينات

◆ إذا لم يقطع المنحنى محور السينات فإن $\Phi = \text{م. ح.}$

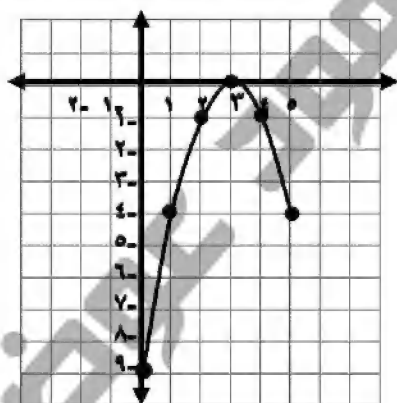
ارسم الشكل البياني للدالة

٢

د(س) = $s^2 - 6s + 9$ في الفترة $[0, 5]$
ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	٩	٤	١	٠	١	٤



$$\text{م. ح.} = \{ 3 \}$$

تصميم
معلم رياضيات
محمود عوض

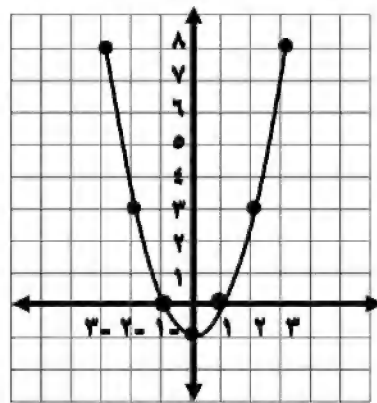
١ ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = $s^2 - 1$

في الفترة $[-3, 3]$

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة $s^2 - 1 = 0$

الحل

س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣
ص	٨	٣	٠	١	٠	٣	٨



$$\text{م. ح.} = \{ -1, 1 \}$$

مفسر خطوات تمثيل الدالة التربيعية

2

تمارين

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s^2 - 2s - 6 = 0$ مقربا الناتج لرقم عشري واحد.

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s^3 - 6s - 1 = 0$ مقربا الناتج لثلاثة أرقام عشرية

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s(s - 5) + 3 = 0$ مقربا الناتج لثلاثة أرقام عشرية

١ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = $s^2 - 2s - 4$ في الفترة $[-2, 4]$

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة $s^2 - 2s - 4 = 0$

3

الدرس
الثالث

حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الثانية

- * ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى وهات قيمة ص بدلالة س أو قيمة س بدلالة ص
- * عوض في معادلة الدرجة الثانية عن القيمة التي انت جبتها
- * فك الأقواس
- * جمع المتشابه (وخلي المعادلة = ٠)
- * التحليل (ولو لقيت رقم عامل مشترك اقسم عليه قبل التحليل)
- * إما - أو (وهات قيمتين للمجهول)
- * عوض عن القيمتين في معادلة الدرجة الأولى وهات قيمتين للمجهول الثاني



تدريب على فك الأقواس

👉 $(س + ٣)^٢ = \text{مربع الأول} \pm \text{الأول} \times \text{الثاني} \times ٢ + \text{مربع الثاني} = س^٢ + ٦س + ٩$

إشارة القوس

✈ $(س + ٤)^٢ = \dots$ ✈ $(س - ١)^٢ = \dots$

👉 $س(س + ٣) = س^٢ + ٣س$ 👉 $س(س - ٣) = س^٢ - ٣س$

✈ $س(س - ٥) = \dots$ ✈ $س(س + ١) = \dots$

تدريب على جمع المتشابه

□ $١ + ٢ص + ص^٢ + ص^٢ - ٢٥ = \dots$

□ $١ + ٤ص + ص^٢ - ٤ص^٢ - ٢ص^٢ = \dots$

□ $ص^٢ + ٢٠ص + ١٠٠ - ٤ص^٢ - ٤٠ص + ص^٢ - ٥٢ = \dots$

□ $س^٢ + ٦س + ٩ - س^٢ - ٣س - ١٣ = \dots$

□ $ص^٢ + ص^٢ + ص^٢ = \dots$

ملحوظة: س ص = ٩ هي معادلة من الدرجة الثانية وليست من الدرجة الأولى

٢ أوجد في ح مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = \text{صفر} , \text{س}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 27$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} = \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{ص} = \text{س}$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore \text{ص}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 27 \quad \text{نجمع المتشابه}$$

$$\text{ص}^2 + 2\text{ص} = 27 \quad \text{بالقسمة على ٣} \quad \text{ص}^2 + 2\text{ص} - 27 = 0$$

$$\text{ص}^2 - 9 = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$(\text{ص} + 3)(\text{ص} - 3) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 3 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} - 3 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -3 \\ \therefore \text{ص} = 3 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} - \text{ص} = 0$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} - 3 = 0 \\ \therefore \text{س} = 3 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{س} - (-3) = 0 \\ \therefore \text{س} = -3 \end{array}$$

$$\text{م.ح} = \{(3, 3), (-3, -3)\}$$

١ أوجد في ح مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = 1 , \text{س}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 25$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} + 1 = \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{ص} = (\text{س} + 1)$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (\text{س} + 1)^2 + \text{ص} + \text{ص} = 25 \quad \text{نفك الأقواس}$$

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 1 + \text{ص} + \text{ص} = 25 \quad \text{نجمع المتشابه}$$

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 2\text{ص} = 24 \quad \text{بالقسمة على ٢}$$

$$\text{ص} + \text{س} = 12 \quad \text{بالتحليل}$$

$$(\text{ص} + 4)(\text{ص} - 3) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 4 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} - 3 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -4 \\ \therefore \text{ص} = 3 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} + 1 = \text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 1 = -4 \\ \therefore \text{س} = -5 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 1 = 3 \\ \therefore \text{س} = 2 \end{array}$$

$$\text{م.ح} = \{(2, 3), (-5, -4)\}$$

٤ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = 10 , \text{س}^2 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} + 10 = \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{ص} = (\text{س} + 10)$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (\text{س} + 10)^2 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

$$\text{ص}^2 + 20\text{ص} + 100 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

$$\text{ص}^2 + 17\text{ص} + 48 = 0 \quad \text{بالقسمة على ٢}$$

$$\text{ص}^2 + 17\text{ص} + 48 = 0$$

$$(\text{ص} + 12)(\text{ص} + 4) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 12 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} + 4 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -12 \\ \therefore \text{ص} = -4 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} + 10 = \text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 10 = -12 \\ \therefore \text{س} = -22 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 10 = -4 \\ \therefore \text{س} = -14 \end{array}$$

$$\text{م.ح} = \{(-22, -12), (-14, -4)\}$$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - 2\text{ص} = 1 , \text{س}^2 - \text{ص} = 0$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} + 1 = 2\text{ص}$ بالتعويض عن $\text{ص} = (\text{س} + 1)/2$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (\text{س} + 1)^2/4 - \text{ص} = 0 \quad \text{نفك الأقواس}$$

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 1 - 2\text{ص} = 0 \quad \text{نجمع}$$

المتشابه

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 1 - 2\text{ص} = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 1 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} - 1 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -1 \\ \therefore \text{ص} = 1 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} + 1 = 2\text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 1 = 2 \times (-1) \\ \therefore \text{س} = -3 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{س} + 1 = 2 \times 1 \\ \therefore \text{س} = 1 \end{array}$$

$$\text{م.ح} = \{(1, 1), (-3, -1)\}$$



٢ مستطيل محيطه ١٤ سم ومساحته ١٢ سم^٢
أوجد كلا من بعديه

الحل

نفرض أن بُعدا المستطيل هما س ، ص

∴ محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

∴ ١٤ = ٢ (س + ص) ∴ ٧ = (س + ص) بالقسمة على ٢

س + ص = ٧ ومنها ص = ٧ - س

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض ∴ س ص = ١٢

بالتعويض عن ص = ٧ - س في المعادلة س ص = ١٢

∴ س (٧ - س) = ١٢ ∴ ٧س - س^٢ = ١٢

٧س - س^٢ - ١٢ = ٠ نرتب ونغير إشارة الكل

س^٢ - ٧س + ١٢ = ٠ ∴ (س - ٤) (س - ٣) = ٠

إما س = ٤ ∴ ص = ٧ - ٤ = ٣

أو س = ٣ ∴ ص = ٧ - ٣ = ٤

∴ بعدا المستطيل هما ٣ سم ، ٤ سم

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين

ص - س = ٣ ، س^٢ + ص^٢ - س ص = ١٣

الحل

من معادلة الدرجة الأولى :
بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية

∴

∴

∴

نفك الأقواس

نجمع المتشابهة

بالتحليل

∴

∴

إما

∴

بالتعويض في

∴

∴

∴ م . ح = { (٤ ، ١) ، (١ - ، ٤ -) }

٤ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ص = ٥ ، س^٢ + س ص = ١٥

الحل

٣ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

ص - س = ٢ ، س^٢ + س ص - ٤ = ٠

الحل

3 تمارين

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٠$ ، $س + ص = ٩$ هي
 (أ) $\{(٠, ٠)\}$ (ب) $\{(٣, -٣)\}$ (ج) $\{(٣, ٣)\}$ (د) $\{(٣, ٣), (٣, -٣)\}$
 الحل : من المعادلة الأولى: $س = ص$ بالتعويض في الثانية $ص + ص = ٩ \therefore ص = ٣$ بالتعويض في $س - ص = ٠$ $\therefore س = ٣$ عندما $ص = ٣$ ، عندما $ص = -٣$ ، $\therefore س = ٣$ ، $\therefore س = -٣$ م.ح $\therefore \{(٣, ٣), (٣, -٣)\}$
- ② أحد حلول المعادلتين $س - ص = ٢$ ، $س + ص = ٢٠$ هو
 (أ) $\{(٢, ٤)\}$ (ب) $\{(٢, -٤)\}$ (ج) $\{(٣, ١)\}$ (د) $\{(٤, ٢)\}$
- ③ مجموعة حل المعادلتين $س = ٢$ ، $س + ص = ٦$ هي
 (أ) $\{(٣, ٢)\}$ (ب) $\{(٢, ٣)\}$ (ج) $\{(٢, ٣)\}$ (د) $\{٣\}$
- ④ إذا كانت $ص = ٢$ ، $س - ص = ٥$ فإن $س =$
 (أ) ٣ (ب) ٣ (ج) $٣ \pm$ (د) ٩
- ⑤ عدنان مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما ١٢ هما
 (أ) $٥, ٢$ (ب) $٦, ٢$ (ج) $٤, ٣$ (د) $٦, ١$

- ① أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٢$ ، $س + ص = ٢٠$
- ② أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س + ٢ص = ٤$ ، $س + ص + ص = ٧$
- ③ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٠$ ، $س + ص = ٩$
- ④ عدنان مجموعهما ٩٠ وحاصل ضربهما ٢٠٠٠ أوجد العددين
- ⑤ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ سم ومساحته ٢٨ سم^٢ أوجد محيطه.
- ⑥ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه يساوي ٣٠ سم أوجد طولى ضلعي القائمة



أصفار الدالة

1 الدرس الأول

* لإيجاد أصفار الدالة نساوى الدالة بالصفر ونحل المعادلة

مثال: إذا كانت د (س) = $س^2 - 9$ فأوجد أصفار الدالة
الحل: $س^2 - 9 = 0 \therefore س^2 = 9 \therefore س = \pm 3$ \therefore ص (د) = $\{ -3, 3 \}$

* لو كانت د (س) = صفر فإن ص (د) = ح

* أصفار الكسر الجبرى = أصفار البسط - أصفار المقام
(يعنى اللى موجود فى أصفار البسط ومش متكرر فى أصفار المقام)

الدوال التى أصفارها Φ * (س + عفرية) ملوش أصفار: زى $س^2 + 4$ أو $س^2 + 3$ وهكذا $\Phi = \text{ص (د)}$ * فى مجموع المكعبين والفرق بينهما : القوس الكبير ملوش أصفار $\Phi = \text{ص (د)}$ * لو كانت د (س) = أى عدد (ما عدا الصفر) زى د (س) = 3 فإن $\Phi = \text{ص (د)}$

تدريب: أوجد مجموعة أصفار كل من الدوال الآتية:

١ د (س) = $س^2 - 18س$ ٢ د (س) = $س^2 + 2س - 15$ ٣ د (س) = $س^2 + 16$

الحل :
.....
.....
ص (د) = ص (د) = ص (د) =

ملحوظة : لو أعطاك أصفار الدالة معلومة فى المسألة عوض بيبها فى الدالة وسأوى الدالة بالصفر

إذا كانت د (س) = $س^3 - 2س^2 - 75$

فاتثبت أن العدد 5 أحد أصفار هذه الدالة



بالتعويض فى الدالة عن س = 5

$$75 - 2 \times 5^2 - 5^3 = 0$$

$$75 - 50 - 125 =$$

$$0 =$$

\therefore د (5) = 0 \therefore العدد 5 أحد أصفار الدالة

الحل

إذا كانت $\{ -3, 3 \}$ هى مجموعة أصفار الدالة دحيث د (س) = $س^2 + 1$ فأوجد قيمة أ

$\therefore \{ -3, 3 \}$ هى مجموعة أصفار الدالة

\therefore أى قيمة من هذه القيم تجعل د (س) = 0

$$0 = 3^2 + 1$$

$$0 = 9 + 1 \therefore 0 = -9$$

الحل

دالة الكسر الجبري : يرمز لها بالرمز $\frac{د(س)}{ق(س)}$ وهي دالة على صورة $\frac{د(س)}{ق(س)}$

مثل : $\frac{س+٥}{٣} = (س) ن$ ، $\frac{س^٢}{٨+س} = (س) ن$ ، $\frac{س-٣}{١٢+س} = (س) ن$ ، $\frac{س^٢-٣}{١٢+س} = (س) ن$

◆ مجال الكسر الجبري = ح - أصفار المقام

مثال : إذا كان $\frac{س-١}{س-٣} = (س) ن$ فإن مجال $ح = {٣}$

◆ المجال المشترك لعدة كسور جبرية = ح - مجموعة أصفار المقامات

مثال : إذا كان $\frac{س+٣}{(س-٥)(س+٧)} = (س) ن$ ، $\frac{١}{س-١} = (س) ن$ فإن المجال المشترك لكل من $١ ن$ ، $٢ ن$ = ح - {١ ، ٥ ، ٧}

◆ ملحوظة : قبل إخراج المجال حلل المقام لو ليه تحليل .

تدريب ١ : عيّن مجال كل من الدوال الكسرية الآتية :

٣ $\frac{س^٢-١}{س^٢+س-٢} = (س) ن$

الحل

٢ $\frac{س-٢}{س^٢} = (س) ن$

الحل

١ $\frac{س+٥}{٣} = (س) ن$

الحل

المقام عدد يبقى ملوش أصفار

المجال = ح

٦ $\frac{س+١}{س^٤-٩س} = (س) ن$

الحل

٥ $\frac{س-٣}{س^٢-٤} = (س) ن$

الحل

٤ $\frac{س+١}{س^٤-س} = (س) ن$

الحل

تدريب ٢ : عيّن المجال المشترك لكل من الدوال الكسرية الآتية :

٢ $\frac{س^٣+١}{س^٧} = (س) ن$ ، $\frac{س^٢+١}{٨١-س^٤} = (س) ن$

الحل

١ $\frac{س+٥}{٢٠+س} = (س) ن$ ، $\frac{١}{س^٢-١٦} = (س) ن$

الحل

الحل

$$= 9 + 3 \times 1 - 3 \therefore$$

$$1 = a + i^2 - a$$

$$r = 12 - 18$$

۱۸ = ۱۳

7.

الحمد لله

$$\therefore (3) = 19 + 3 + 15 = 37 \text{ بالقسمة } \div 3$$

$$1 \leftarrow 0_- = 5 + i 2$$

$\therefore (5) = 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1$ بالقسمة $\div 5$

$$r \leftarrow r_- = c + i0$$

بحل المعادلتين بطريقة الحذف

٣ - أ + ب = ٥ بالطرح

$$r_- = 4 + i0$$

$$1 = 1 \quad 2 = 1 \quad 1 \quad 2 =$$

بالتعويض في ١ $\therefore ٣ = ب + ٥$ $\therefore ب = ٨$

الحل

∴ المجال = $\{0, 4\}$ ∴ أصفار المقام الثاني = 4

$$\xi_- = i, \quad \cdot = i + \xi$$

$$\frac{9}{4-s} + \frac{b}{s} = n(s) \therefore$$

$$r = \frac{9}{4-0} + \frac{6}{0} \therefore r = (\infty) \cup \therefore$$

$$r_{0-} = \frac{b}{a} \therefore v_- = \frac{b}{a} \quad v = a + \frac{b}{a}$$

الف

∴ أصفار الكسر الجبري = { ٥ }

$\therefore \text{أصفار البسط} = \{ 5 \}$

$$e = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\therefore \text{المجال} = \mathbb{C} - \{3\}$ \therefore أصفار المقام $= \{3\}$

$$3- = 1 \therefore \cdot = 1 + 3$$

1

تمارين

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① مجموعة أصفار الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ هي
 (أ) $\{2\}$ (ب) $\{2, -2\}$ (ج) \emptyset (د) $\{0\}$
- ② مجموعة أصفار الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ هي
 (أ) $\{0\}$ (ب) $\{-3\}$ (ج) $\{(0, -3)\}$ (د) \emptyset
- ③ مجموعة أصفار الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ هي
 (أ) $\{1, 0\}$ (ب) $\{1, -1\}$ (ج) $\{(0, 1)\}$ (د) $\{1\}$

الحل:

- ④ إذا كانت $V(f) = \{2\}$ ، $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ فإن $M =$
 (أ) $\sqrt[3]{2}$ (ب) 2 (ج) 4 (د) 8

الحل:

- ⑤ إذا كانت $V(f) = \{5\}$ ، $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ فإن $A =$
 (أ) 5 (ب) -5 (ج) 5 (د) 50

الحل:

- ⑥ مجال الدالة $N(f) = \frac{f(x)}{1-f(x)}$ هو
 (أ) $\{0\}$ (ب) $\{1\}$ (ج) $\{0, 1\}$ (د) $\{1\}$

① إذا كانت $\{2, -2\}$ هي مجموعة أصفار الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ فأوجد قيمة M .

② إذا كانت $\{4, 3\}$ هي مجموعة أصفار الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ فأوجد قيمتي A ، B .

③ أوجد المجال المشترك لكل من : $N_1(f) = \frac{f(x)-4}{f(x)+5}$ ، $N_2(f) = \frac{f(x)-4}{f(x)+5}$

④ إذا كان مجال الدالة $D(f) = \{x \mid f(x) = 0\}$ هو $\{2\}$ فأوجد قيمة A .

اختزال الكسر الجبري

تحليل البسط والمقام

تحليل

إخراج المجال = ح - أصفار المقام

مجال

حذف العوامل المتشابهة بين البسط والمقام

حذف

خطوات اختزال الكسر الجبري



تدريب ١

$$\frac{s^3 - 1}{s^3 + s^2 + s} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

التحليل :

المجال :

الحذف :

مثال

$$\frac{s^2 - 1}{s^4 + s^2 - 5} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

$$\frac{(s-1)(s+1)}{(s+5)(s-1)} = \text{ن(س)}$$

$$\text{المجال} = \text{ح} - \{1, -5\}$$

$$\frac{s+1}{s+5} = \text{ن(س)}$$

تدريب ٣

$$\frac{s^2 - 6s + 9}{s^2 - 18s + 81} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدريب ٢

$$\frac{s^2 - 4}{s^3 - 8} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

متى يتساوى كسرين جبريين

لو عايز تعرف ههنا : $n_1 = n_2$ أم لا اتبع الآتي :

- اختصر كل كسر لوحده بالخطوات الثلاثة (تحليل - مجال - حذف)
- $n_1 = n_2$ إذا تحقق شرطان معًا وهما : ① مجال n_1 = مجال n_2 ② $n_1(s) = n_2(s)$ بعد الاختصار النهائي
- لو قيت مجال n_1 = مجال n_2 بينما $n_1(s) \neq n_2(s)$ فإن $n_1 \neq n_2$
- لو قيت $n_1(s) = n_2(s)$ بينما مجال $n_1 \neq$ مجال n_2 فإن : $n_1 \neq n_2$
- ولكن في حالة اختلاف المجالين يكون $n_1 = n_2$ في المجال المشترك فقط

مثال ٢

أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه n_1 ، n_2 حيث :

$$n_1(s) = \frac{12 + s + s^2}{4 + s + s^2} ، n_2(s) = \frac{3 - s^2}{1 + s + s^2}$$

الحل

$$n_1(s) = \frac{12 + s + s^2}{4 + s + s^2} = \frac{(s-3)(s+4)}{(s+1)(s+4)}$$

مجال n_1 = ح - { -٤ ، ١ }

$$n_1(s) = \frac{3 - s}{1 + s}$$

$$n_2(s) = \frac{3 - s^2}{1 + s + s^2} = \frac{(s-3)(s+1)}{(s+1)(s+1)}$$

مجال n_2 = ح - { -١ } -

$$n_2(s) = \frac{3 - s}{1 + s}$$

∴ $n_1(s) = n_2(s)$ بينما مجال $n_1 \neq$ مجال n_2

∴ $n_1 = n_2$ في المجال المشترك ح - { -٤ ، ١ }

مثال ١

$$n_1(s) = \frac{s^2}{s^2 - s^3} ،$$

$$n_2(s) = \frac{s^3 + s^2 + s}{s^2 - s} \text{ اثبت أن : } n_1 = n_2$$

الحل

$$n_1(s) = \frac{s^2}{s^2 - s^3} = \frac{s^2}{s^2(1 - s)} = \frac{1}{1 - s}$$

مجال n_1 = ح - { ٠ ، ١ }

$$n_1(s) = \frac{1}{1 - s}$$

$$n_2(s) = \frac{s(s^2 + s^2 + s)}{s^2 - s} = \frac{s(s^2 + s^2 + s)}{s(s - 1)} =$$

$$\frac{s(s^2 + s^2 + s)}{s(s - 1)(1 + s + s^2)} =$$

مجال n_2 = ح - { ٠ ، ١ }

$$n_2(s) = \frac{1}{1 - s}$$

∴ $n_1(s) = n_2(s)$ ، مجال $n_1 =$ مجال n_2

∴ $n_1 = n_2$



١

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س}{٨ + ٢س}$$

$$٢(س) = \frac{٢س + ٤س}{١٦ + ٨س + ٢س} \text{ أثبت أن : } ١ن = ٢ن$$

الحل

٢

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س + ٦س}{(١ - س)(٣ + ٢س)} ، ٢(س) = \frac{٢س}{١ - س}$$

بيّن إذا كان $١ن = ٢ن$ أم لا ؟ مع ذكر السبب

الحل

٣

أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان:

$$١(س) = \frac{٢٠ + ٩س + ٢س}{١٦ - ٢س} ، ٢(س) = \frac{٥ + س}{٤ - ٢س}$$

الحل

٤

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س - ٤}{٢س + ٦س - ٤}$$

$$٢(س) = \frac{٢س - ٦س - ٩س}{٩س - ٣س} \text{ أثبت أن : } ١ن = ٢ن$$

لجميع قيم س التي تنتمي إلى المجال المشترك ، وأوجد هذا المجال

الحل

$$\frac{(٢ - س)(٢ + س)}{(٢ - س)(٣ + س)} = \frac{٢س - ٤}{٢س + ٦س - ٤} = ١(س)$$

$$\frac{٢ + س}{٣ + س} = ١(س) \quad \text{مجال } ١ن = ح - \{٢، ٣-\}$$

$$\frac{(٦ - س - ٢س)س}{(٩ - ٢س)س} = \frac{٢س - ٦س - ٩س}{٩س - ٣س} = ٢(س)$$

$$\frac{(٢ + س)(٣ - س)س}{(٣ + س)(٣ - س)س} =$$

$$\frac{٢ + س}{٣ + س} = ٢(س) \quad \text{مجال } ٢ن = ح - \{٣، ٠، ٣-\}$$

∴ $١(س) = ٢(س)$ بينما مجال $١ن \neq$ مجال $٢ن$

∴ $١(س) = ٢(س)$ فقط في المجال المشترك

ح - $\{٣، ٠، ٢، ٣-\}$

2

تمارين

اختر الإجابة الصحيحة:

① إذا كان $\frac{٧-}{٢+س} = (س)١$ ، $\frac{٧-}{٢+س} = (س)٢$ ، وكان المجال المشترك هو $ح - \{٧ ، ٢-\}$ فإن $ك = \dots\dots\dots$

(أ) ٢ (ب) ٧ (ج) ٢- (د) ٧-

② إذا كانت $\frac{١+}{٢-س} = (س)١$ ، $\frac{٤}{٢-س} = (س)٢$ ، وكان $١ن = (س)٢$ فإن $أ = \dots\dots\dots$

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

اختر كل من الكسور التالية محددا مجالها:

① $\frac{١-س}{(١-س)(٥+س)}$

② $\frac{٢س٢+٧س+٦}{٤س٢+٤س-٣}$

① إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٤-س}{٦-س+٢س} = (س)٢$ ، $\frac{٦-س-٢س}{٩-٢س} = (س)٣$ فثبت أن $١ن = ٢ن$ أم لا مع ذكر السبب

② إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٢س}{٢س٣-٣س} = (س)٢$ ، $\frac{س}{٢س٣-٣س} = (س)٣$ فثبت أن $١ن = ٢ن$

③ إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٤-س}{٦-س+٢س} = (س)٢$ ، $\frac{٦-س-٢س}{٩-٢س} = (س)٣$ فثبت أن $١ن = ٢ن$

④ إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٢س}{١-س} = (س)٢$ ، $\frac{٢س٢+٦س}{(٣+٢س)(١-س)} = (س)٣$ فثبت أن $١ن = ٢ن$

خطوات جمع وطرح الكسور الجبرية:

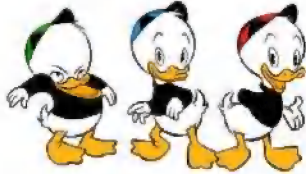
- ١ ترتيب حدود المقادير (يعني ١٥ - ١٣ + س + ٢س^٢ رتبة بإشاراته وخليه كده ٢س^٢ - ١٣ + س + ١٥)
- ٢ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن
- ٣ إخراج المجال المشترك (ح - أصفار المقامات)
- ٤ حذف العوامل المتشابهة في كل كسر لوحده (إوعي تحذف قوس من الكسر الأول مع قوس من الكسر الثاني)
- ٥ لو لقيت المقامات موحدة: خذ مقام منهم وإجمع البسطين أو اطرحهم (حسب العملية).

$$\text{زى كده: } \frac{3 + س}{2 + س} = \frac{3}{2 + س} + \frac{س}{2 + س}$$

لو المقامات غير موحدة: وحد المقامات كالتالى:

شوف إيه اللي موجود في مقام الأول ومش موجود في مقام الثاني واضربه × الكسر الثاني كله (بسط ومقام)
وشوف إيه اللي موجود في مقام الثاني ومش موجود في مقام الأول واضربه × الكسر الثاني كله (بسط ومقام)

$$\text{زى كده: } \frac{3 + س}{(2 - س)(3 - س)} + \frac{س}{2 - س} \quad \text{هنضرب بسط ومقام الأول } \times (3 - س)$$



$$\text{هيبقى كده: } \frac{3 + س}{(2 - س)(3 - س)} + \frac{س(3 - س)}{(3 - س)(2 - س)}$$

$$\text{أو كده: } \frac{1}{1 - س} + \frac{س}{1 + س} \quad \text{هنضرب بسط ومقام الأول } \times (1 - س) \text{ وهنضرب بسط ومقام الثاني } \times (1 + س)$$

$$\text{هيبقى كده: } \frac{1 + س}{(1 - س)(1 + س)} + \frac{س(1 - س)}{(1 - س)(1 + س)}$$

٦ اجمع المتشابهة في البسط ولو نفع يتحلل حله و ضع المقدار في أبسط صورة

$$\text{فمثلا: } \frac{1 + س}{2 - س} = \frac{(1 + س)(3 - س)}{(3 - س)(2 - س)} = \frac{3 + س^2 - ٢س}{(3 - س)(2 - س)} = \frac{3 + س + س^3 - ٢س}{(3 - س)(2 - س)}$$

لو لقيت مقدار فيه حدين مطروحين ومش مرتب

$$\begin{array}{ll} \text{زى كده} & 3 - س \\ \text{أو كده} & ١ - ٢س \\ \text{هنخليه كده} & (3 - س) - \\ \text{هنخليه كده} & (١ - ٢س) - \end{array}$$


ملحوظة هامة

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 + 3}{س^2 - 4} + \frac{س^2 + 2}{س^2 - 4} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س(س + 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، -٢ ، ٣ }

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

نوجد المقامات : نضرب الكسر الأول $\times (س - 2)$

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س(س - 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

اضرب س \times القوس واجمع البسطين


$$\frac{س^2 + 3 + س^2 - 2س}{(س - 2)(س + 2)} = \frac{س^2 - 2س + 3}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 - 3}{س^2 - 12} - \frac{س^2 - 4}{س^2 - 4} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س(س - 3)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، -٢ ، ٣ ، ٤ }

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

نوجد المقامات : نضرب الكسر الأول $\times (س - 2)$

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س(س - 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

خذ منهم مقام واطرح البسطين

$$\frac{س^2 - 3 - س^2 + 2س}{(س - 2)(س + 2)} = \frac{س - 3}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

تصميم محمود عوض معلم رياضيات

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2}{س - 1} + \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

الحل


١ - س هنخليه - (س - 1)

$$\frac{س^2}{س - 1} + \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

هنضرب السالب اللى قدام القوس \times الـ + بتاعت الجمع

$$\frac{س^2}{س - 1} - \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

خذ بالك ان العملية اتحولت طرح

 المجال = ح - { ١ }


$$\frac{س^2 - س^2}{س - 1} = \frac{0}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

٣ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 - 8س + 12}{س^2 - 10س + 24} + \frac{س^2 - 4س - 5}{س^2 - 7س + 10} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{(س - 2)(س - 6)}{(س - 2)(س - 5)} + \frac{(س - 5)(س - 1)}{(س - 2)(س - 4)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، ٥ }

$$\frac{س - 6}{س - 5} + \frac{س - 1}{س - 4} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{س - 6 + س - 1}{س - 4} = \frac{2س - 7}{س - 4}$$

اجمع الحدود المتشابهة اللى في البسط

$$\frac{2س - 7}{س - 4} = \text{ن (س)}$$

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال :

$$\frac{س - ٥}{س^٢ - ١} + \frac{س - ٥}{س^٢ - ١} = (س) ن$$

الحل

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث:

$$\frac{س + ٢}{س^٢ - ٤} + \frac{س}{س^٢ + ٢س} = (س) ن$$

الحل

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال:

$$\frac{س + ٤}{س^٢ - ١٦} = \frac{س}{س - ٤} = (س) ن$$

الحل

٣ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال:

$$\frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٢س - ٦} = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} = (س) ن$$

الحل

ضرب وقسمة الكسور الجبرية

إعداد أ / محمود عوض

www.Cryp2Day.com
موقع مذكرات جاهزة للطباعة



خطوات ضرب الكسور الجبرية:

١ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن (متناسخ العامل المشترك)

٢ إخراج المجال المشترك (ح - أصفار المقامين)

٣ حذف العوامل المشتركة بين أي بسط وأي مقام

يعني تقدر تحذف قوس من بسط الأول مع اللي شبيهه في مقام الثاني وهكذا وده بينفع في الضرب ومش بينفع في الجمع

٤ ضرب البسط × البسط والمقام × المقام

مثال:

أوجد ن (س) في أبسط صورة حيث

$$ن(س) = \frac{س^2 + ٣س - ١}{س + ٣} \times \frac{س + ١}{س^2 - ١}$$

الحل:

$$ن(س) = \frac{(س + ١)(س - ١)(س + ٣)}{س + ٣} \times \frac{س + ١}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$المجال = ح - \{١, -١, -٣\} ، ن(س) = ١$$



قسمة الكسور الجبرية

* كل اللي هتعمله انك تحول القسمة إلى ضرب كالتالى :

الـ ÷ خليها × ← وشقلب الكسر التانى ← وحل بخطوات الضرب عادى

* ملحوظة : فيه اختلاف صغير في مسائل القسمة لما تكتب المجال وهو :

المجال في القسمة = ح - أصفار المقامين وأصفار بسط الثانى

مثال:

أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث :

$$ن(س) = \frac{س^2 + ٣س - ١}{س + ٣} \div \frac{س^2 - ١}{س + ٥}$$

الحل:

$$ن(س) = \frac{س^2 + ٣س - ١}{س + ٣} \times \frac{س + ٥}{س^2 - ١}$$

$$= \frac{(س + ٥)(س - ١)(س + ٣)}{(س - ١)(س + ١)(س + ٣)}$$

$$المجال = ح - \{١, -١, -٣\} ، ٥ -$$

$$ن(س) = \frac{س + ٥}{س + ١}$$

٢ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 - 1}{س^2 + س + 3} \times \frac{س + 3}{س^2 + س + 1}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س^2 + س + 1} \times \frac{(س + 3)(س - 1)}{(س + 3)(س + 1)}$$

المجال = ح - {٠، ١}

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س}$$

١ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 - 8}{س^2 + 2س + 4} \times \frac{س + 3}{س^2 + س + 4}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س^2 + 2س + 4} \times \frac{(س - 2)(س + 2)}{(س + 3)(س + 2)}$$

المجال = ح - {٢، ٣}

$$ن(س) = 1$$

٣ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^2 - 9} \div \frac{س^2}{س + 3}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^2 - 9} \times \frac{س + 3}{س^2}$$

$$ن(س) = \frac{س(س + 2)}{(س - 3)(س + 3)} \times \frac{س + 3}{س^2}$$

$$ن(س) = \frac{س + 2}{س(س - 3)} \quad \text{المجال} = ح - \{0, 3, -3\}$$

تصميم
معلم رياضيات
محمود عوضتصميم
معلم رياضيات
محمود عوض

$$٥ أوجد: ن(س) = \frac{س^2 + 4س + 3}{س^2 - 27} \div \frac{س + 3}{س^2 + 3س + 9}$$

ثم أوجد ن(٢)، ن(٣) إن أمكن

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 + 4س + 3}{س^2 + 3س + 9} \times \frac{(س + 3)(س + 1)}{(س + 3)(س^2 + 3س + 9)}$$

المجال = ح - {٣، -٣}

$$ن(س) = \frac{س + 1}{س - 3}$$

$$ن(٢) = \frac{١ + 2}{٣ - 2} = 3$$

ن(٣) غير ممكنة لأن ٣-3 للمجال

$$٤ إذا كانت ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 3س + 4} \div \frac{س^3 + 6س^2 - 45}{س^2 - 4س - 9}$$

فأوجد ن(س) في أبسط صورة موضحًا المجال

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 3س + 4} \times \frac{س^2 - 4س - 9}{س^3 + 6س^2 - 45}$$

$$ن(س) = \frac{(س - 3)(س + 3)}{(س + 2)(س + 3)} \times \frac{(س - 5)(س + 3)}{(س - 3)(س + 5)}$$

$$ن(س) = \frac{(س - 5)}{(س + 2)(س + 5)}$$

المجال = ح - {٠، ٠، ٢، ٣، ٥، -٢}

$$ن(س) = \frac{(س - 5)(س + 3)}{س(س + 2)(س + 5)}$$

٧ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{10 - 2s}{9 + s - 2} \div \frac{15 - 2s - 2}{9 - 2} = \text{ن (س)}$$

الحل

متناسخ: ال ÷ هنخليها × ونقلب الكسر الثاني

$$\frac{10 - 2s}{9 + s - 2} \times \frac{15 - 2s - 2}{9 - 2} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{(3 - s)(3 - s)}{(5 - s)2} \times \frac{(3 + s)(5 - s)}{(3 + s)(3 - s)} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ٥ ، ٣ ، ٣ }

$$\frac{3 - s}{2} = \text{ن (س)}$$

٦ أوجد ن (س) وعين مجالها حيث:

$$\frac{1 + s}{5 + s - 2} \times \frac{10 - 3s - 2}{5 + s - 2} = \text{ن (س)}$$

ثم أوجد ن (٠) ، ن (١-) إن أمكن

الحل



$$\frac{1 + s}{(1 + s)(2 - s)} \times \frac{(2 - s)(5 + s)}{(1 + s)(5 + s)} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ١/٣ ، ٥- ، ١- ، ٢- }

$$\frac{1}{1 + s} = \text{ن (س)}$$

$$1 = \frac{1}{1 + 0 \times 3} = \text{ن (٠)}$$

ن (١-) غير ممكنة لأن ١- لا للمجال



٩ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث :

$$\frac{15 - 3s}{5 + s - 2} \div \frac{2 + 3s - 2}{2s - 1} = \text{ن (س)}$$

الحل

١- س هنخليه - (١- ٢س) ونحول الضرب لقسمة

$$\frac{15 - 3s}{5 + s - 2} \times \frac{2 + 3s - 2}{(1 - 2s) -} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{(1 - s)(5 - s)}{(5 - s)3} \times \frac{(1 - s)(2 - s)}{(1 + s)(1 - s) -} =$$

المجال = ح - { ٥ ، ١- ، ١ }

$$\frac{(1 - s)(2 - s)}{(1 + s)3} = \text{ن (س)}$$

٨ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{24 + 4s}{2s - 36} \times \frac{36 + 12s - 2}{2s - 36} = \text{ن (س)}$$

الحل

عارف هنعمل إيه في المقدار ٣٦ - س !!

هنخليه كده - (٣٦ - ٢س)

$$\frac{(6 + s)4}{(6 + s)(6 - s) -} \times \frac{(6 - s)(6 - s)}{(6 - s)(6 - s) -} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ٦- ، ٦ ، ٠ }

$$\frac{4 -}{s} = \text{ن (س)}$$

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{12 + 4s}{25 - 5s} \times \frac{15 - 3s}{3 + s} = (s) \text{ ن}$$

الحل

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{s^2 - 2s}{1 - 2s} \times \frac{1 + s + s^2}{s} = (s) \text{ ن}$$

الحل

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{2 + s}{9 + 3s + 2s^2} \div \frac{s^2 + 2s}{27 - 3s^2} = (s) \text{ ن}$$

ثم أوجد ن (٢) ، ن (-٢) إن أمكن

الحل

٣ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث :

$$\frac{s^3 - 2s^2}{9 - 4s^2} \div \frac{s^3 - s^2}{6 - s - 2s^2} = (s) \text{ ن}$$

الحل

المعكوس الضربي للكسر الجبري

◆ إذا رمزنا للكسر الجبري بالرمز n (س) فإن معكوسه الضربي يرمز له بالرمز n^{-1} (س)

◆ إذا كان n (س) $\frac{1-s}{3+s}$ فإن n^{-1} (س) $\frac{3+s}{1-s}$ (شقلب الكسر يجيلك معكوسه)

◆ مجال $n^{-1} = ح -$ أصفار البسط و المقام من المثال اللي فات: مجال n^{-1} (س) $= ح - \{ -3 , 1 \}$

تدريب ١

$$\frac{s^3 + s^2}{27 + s^3} = (س) \text{ إذا كان } n$$

أوجد n^{-1} (س) في أبسط صورة مبينا مجال n^{-1} (س)

الحل

مثال ١

$$\frac{s^2 - 9}{s^2 + s - 6} = (س) \text{ إذا كان } n$$

أوجد n^{-1} (س) في أبسط صورة مبينا مجال n^{-1} (س)

الحل

$$n^{-1} (س) = \frac{s^2 + s - 6}{s^2 - 9} \text{ شقلبنا الكسر}$$

$$\text{حللنا} \quad \frac{(s-3)(s+3)}{(s-3)(s+3)} =$$

المجال $= ح - \{ -3 , 3 , 2 \}$

$$n^{-1} (س) = \frac{s-3}{s+3} \text{ اختصرنا}$$

تدريب ٢

$$\frac{s^3 - s^2}{(2+s)(3-s)} = (س) \text{ إذا كان } n$$

فأوجد: ١) n^{-1} (س) مبينا مجالها

٢) قيمة s إذا كان n^{-1} (س) $= 3$

الحل

مثال ٢

$$\frac{s^2 - 2s}{2 + s^3 - s^2} = (س) \text{ إذا كان } n$$

فأوجد: ١) n^{-1} (س) مبينا مجالها

٢) قيمة s إذا كان n^{-1} (س) $= 3$

الحل

$$n^{-1} (س) = \frac{s^2 - 2s}{2 + s^3 - s^2} = \frac{(s-2)s}{(s-2)(s^2+2s+4)} = \frac{s}{s^2+2s+4}$$

مجال $n^{-1} = ح - \{ 0 , 2 , 1 \}$

$$n^{-1} (س) = \frac{s}{s^2+2s+4}$$

$$\therefore n^{-1} (س) = 3 \therefore \frac{s}{s^2+2s+4} = 3 \text{ (مقص)}$$

$$\therefore s - 3s^2 - 6s - 12 = 0 \quad \therefore s^2 + 2s + 4 = \frac{s}{3}$$

4

تمارين

- ① إذا كانت $s \neq 0$ فإن $\frac{s}{1+s} \div \frac{s}{1+s} = \dots$
- (أ) - ٥ (ب) - ١ (ج) ١ (د) ٥
- ② مجال المعكوس الضربى للدالة $D(s) = \frac{s+2}{s-3}$ هو \dots
- (أ) $\{3\}$ (ب) $\{3, -2\}$ (ج) $\{3\}$ (د) $\{3\}$
- ③ إذا كان للكسر الجبرى $\frac{s-5}{s+3}$ معكوس ضربى وهو $\frac{s+5}{s+3}$ فإن $A = \dots$
- (أ) ٣ (ب) - ٥ (ج) - ٣ (د) ٥
- ④ أبسط صورة للكسر $\frac{s}{1+s} \div \frac{s}{1+s}$ هى \dots
- (أ) - ٥ (ب) - ١ (ج) ١ (د) ٥
- ⑤ إذا كان $\frac{s-3}{s-2}$ معكوس ضربى وهو $\frac{s-3}{s+2}$ فإن $K = \dots$
- (أ) ٣ (ب) ٢ (ج) - ٢ (د) - ٣

① أوجد $N(s)$ فى أبسط صورة مبينا المجال حيث: $N(s) = \frac{s^2-1}{s^2+s+1} \div \frac{s^2+1}{s^2-1}$

② أوجد $N(s)$ فى أبسط صورة مبينا المجال حيث: $N(s) = \frac{s^2-1}{s+1} \div \frac{s^2+3s+3}{s+1}$

③ إذا كان $N(s) = \frac{s^2-4}{s+7} \times \frac{s^2-9}{s-8}$ أوجد $N(s)$ فى أبسط صورة مبينا مجالها ثم احسب قيمة $N(1)$

④ إذا كان $N(s) = \frac{s-2}{s+1}$ فأوجد : (١) $N^{-1}(s)$ مبينا مجالها (٢) $N^{-1}(3)$

⑤ إذا كان $N(s) = \frac{s^2-4s-5}{s^2-2s-15}$ فأوجد : (١) $N^{-1}(s)$ مبينا مجالها (٢) $N^{-1}(5)$

الاحتمال

التقاطع \cap

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cap B) = 0 \text{ صفر ، } P(A \cap B) = \Phi$$

ملحوظة: متى يطلب $P(A \cap B)$ بالطريقة اللفظية؟

لوقتك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ و ب معا

إذا كانت أ و ب فإن $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ الصغيرة

مثال

إذا كان $P(A) = 0.2$ ، $P(B) = 0.6$ ،

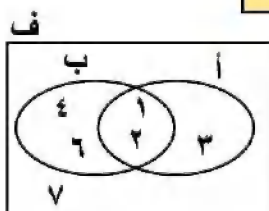
$P(A \cup B) = 0.7$ أوجد : $P(A \cap B)$

الحل :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$0.1 = 0.2 + 0.6 - 0.7$$

شكل فن



$$A \cap B = \{1, 2\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} =$$

الاتحاد \cup

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ملحوظة: متى يطلب $P(A \cup B)$ بالطريقة اللفظية؟

لوقتك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ أو ب
أو قلك : أوجد احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

إذا كانت أ و ب فإن $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ الكبيرة

مثال

إذا كان $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

أوجد : $P(A \cup B)$

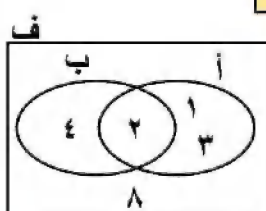
الحل :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

بالآلة الحاسبة

شكل فن



$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cup B}{\text{العدد الكلي}}$$

$$\frac{6}{10} =$$

المكملة



الفرق

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

القاعدة العامة :

$$ل(أ) = ل(أ) + ل(أ \cap ب)$$

ملحوظة: متى يطلب ل(أ) بالطريقة اللفظية؟

لوقالك : أوجد احتمال عدم وقوع الحدث أ

مثال

$$\text{إذا كان ل(أ) = } \frac{1}{5} \text{ ، ل(ب) = } \frac{1}{3} \text{ ،}$$

أوجد : ل(أ) (٢) احتمال عدم وقوع الحدث ب

الحل :

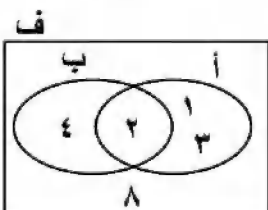
$$(١) ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{5} - ١ = \frac{4}{5}$$

(٢) احتمال عدم وقوع الحدث ب : يقصد به ل(ب')

$$ل(ب') = ١ - ل(ب) = ١ - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

شكل فن

أ : هي كل العناصر التي قدامك ما عدا عناصر أ



$$ل(أ) = \frac{4}{8}$$

$$ل(أ) = \frac{4}{8}$$

$$ل(ب) = \frac{3}{8}$$

$$ل(ب') = \frac{5}{8}$$

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$ل(أ - ب) = ل(أ)$$

ملحوظة: متى يطلب ل(أ - ب) بالطريقة اللفظية؟

لوقالك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ فقط

أوقالك : احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب

لوعرفت الفرق والتقاطع فإن :

$$ل(أ) = ل(أ - ب) + ل(أ \cap ب)$$

مثال

$$\text{إذا كان ل(أ) = } \frac{1}{4} \text{ ، ل(ب) = } \frac{1}{3} \text{ ، ل(أ \cap ب) = } \frac{1}{5}$$

أوجد : ل(أ - ب) ، ل(أ - ب)

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

شكل فن

أ - ب : هي العناصر الموجودة في أ ومش موجودة في ب

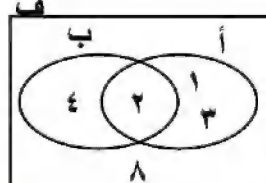
ب - أ : هي العناصر الموجودة في ب ومش موجودة في أ

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{5}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{5}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{5}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{5}$$



٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{3}{8}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$ ، $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$
أوجد : $P(A \cap B)$ ، $P(A - B)$

الحل

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{5}{8}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$$

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.6$ ، $P(A \cap B) = 0.2$
أوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.7 = 0.3 + 0.6 - 0.2 =$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0.1 = 0.3 - 0.2 =$$

٤ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$
فأوجد $P(B)$

الحل

$$\because \text{أ ، ب حدثان متنافيان} \therefore P(A \cap B) = 0$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\therefore \frac{7}{12} = \frac{1}{3} + P(B)$$

$$\therefore P(B) = \frac{3}{12} = \frac{4}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = 0.8$ ، $P(B) = 0.7$ ، $P(A \cap B) = 0.6$
فأوجد : ① احتمال عدم وقوع الحدث أ
② احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

الحل

$$\text{احتمال عدم وقوع الحدث أ معناه } P(A^c)$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$0.2 = 1 - 0.8 =$$

$$\text{احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل معناه } P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.9 = 0.6 + 0.7 - 0.3 =$$

٦ إذا كان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{2}{3}$

، $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ فأوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

٥ صندوق يحتوى على ١٢ كرة منها ٥ كرات زرقاء ،
٤ كرات حمراء وباقي الكرات بيضاء ، سحب كرة عشوائيا
فاحسب احتمال أن تكون الكرة :
① زرقاء ② ليست حمراء ③ زرقاء أو حمراء

$$\text{العدد الكلى} = 12 \quad , \quad \text{عدد الكرات البيضاء} = 3$$

$$\text{احتمال أن تكون زرقاء} = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{5}{12}$$

$$\text{احتمال ليست حمراء} = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء والبيضاء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\text{احتمال زرقاء أو حمراء} = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء والحمراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

٧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.3$
 فأوجد $P(A \cup B)$ إذا كان : ١ أ ، ب متنافيان
 ٢ $B \supset A$

الحل

أولاً : إذا كان أ ، ب متنافيان :

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 = 1.3$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 - 0.3 = 1.0$$

ثانياً : إذا كانت $B \supset A$:

$$P(A \cup B) = P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.3$
 فأوجد قيمة س إذا كان : ١ أ ، ب متنافيان
 ٢ $P(A \cap B) = 0.1$

الحل

أولاً : إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان :

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 = 1.3$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 - 0.3 = 1.0$$

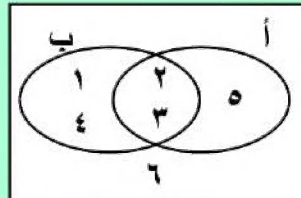
ثانياً : إذا كان ل $P(A \cap B) = 0.1$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 - 0.1 = 1.2$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 - 0.1 = 1.2$$

٩ باستخدام شكل فن المقابل أوجد :



$$P(A \cap B)$$

$$P(A - B)$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع الحدث أ})$$

الحل

العدد الكلي ف = ٦

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

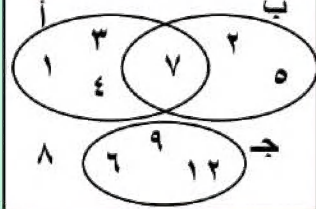
$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع أ يقصد به ل (أ)})$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

١٠ باستخدام شكل فن أوجد :



$$P(A \cap B)$$

$$P(B - A)$$

$$P(A - B)$$

انته أقوم من شكل فن

الحل

العدد الكلي ف = ٦

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع أ يقصد به ل (أ)})$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ فأوجد $P(A \cup B)$
إذا كان: ① $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ ، ② أ ، ب متنافيان

الحل

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{4}{9}$ ، $P(B) = \frac{3}{9}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$
أوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$ ، $P(B - A)$

الحل

٤ كيس به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠
، سحبت بطاقة عشوائيا ، أوجد احتمال أن تكون
البطاقة تحمل عددا :
① يقبل القسمة على ٣ و يقبل القسمة على ٥
② يقبل القسمة على ٣ أو يقبل القسمة على ٥

الحل

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.5$
، $P(A \cup B) = 0.2$ ،
أوجد : $P(A \cap B)$ ، $P(B - A)$

الحل

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن $P(A \cap B) = \dots$
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٠,٥ (د) Φ

٢ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن $P(A \cap B) = \dots$
 (أ) Φ (ب) صفر (ج) ٠,٥٦ (د) ١

٣ إذا كانت أ د ف لتجربة عشوائية ما وكان $P(A) = \frac{1}{2}$ فإن $P(A')$ =
 (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) ١

٤ إذا كان $P(A) = P(A')$ فإن $P(A) = \dots$
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

٥ إذا كان $A \subset B$ فإن $P(A \cup B)$ تساوى
 (أ) صفر (ب) $P(A)$ (ج) $P(B)$ (د) $P(A \cap B)$

٦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ فإن $P(B) = \dots$
 (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

٧ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٦٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى
 (أ) ٣٥,٠ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ٦٥,٠ (د) ١

٨ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه هو
 (أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) ١

٩ إذا أُلقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة يساوى
 (أ) صفر% (ب) ٢٥٪ (ج) ٥٠٪ (د) ١٠٠٪

١٥ إذا أُلقي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردي يساوى
 (أ) صفر (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) ١

١١ إذا أُلقي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ يساوى
 (أ) صفر (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{2}$

١ إذا كانت النسبة بين محيطي مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتهما = ١ : ٤

٢ المَعكُوسُ الجَمْعِيُّ للكسْر $\frac{3}{1+2}$ هو $\frac{3-}{1+2}$

٢ إذا كان s عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو

(أ) $s + 3$ (ب) s^3 (ج) $s - 3$ (د) $\frac{s}{3}$

٤ إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = ٢١$ ، $أ + ب = ٧$ فإن $أ - ب =$ ٣

س + ٥ وعمره منذ ٣ سنوات هو **س - ٣** إذا كان عمر رجل الآن س سنة فإن عمره بعد ٥ سنوات هو

٦ احتمال الحدث المستحيل = صفر بينما احتمال الحدث المؤكد = ١

٧ إذا كان $s^2 - s = 2$ (س + ص) فإن $s - s = 2$ ٢

٨ إذا كان $(٥, ٧) = (ص + ١, ٥)$ فإن $ص = ٦ = ٤ + ٢$

٩ الدالة د حيث $D(s) = s^6 + s^2 - 3$ كثرة حدود من الدرجة السادسة

١٥ إذا كان منحنى الدالة d حيث $d(s) = s^2 - 1$ يمر بالنقطة $(1, 0)$ فإن $A = \dots$

١١ عددان موجبان مجموعهما ٧ ، وحاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما ٣ ، ٤.....

❖ إذا كان $s^2 = 1$ فإن $\frac{1}{s} = 1$


١٣ مجموعة حل المعادلة $x^2 + 4 = 0$ في \mathbb{C} هي

١٤ إذا كان المقدار $س^٢ + كس + ٣٦$ مربعا كاملا فإن $ك = \pm ١٢$

❶ إذا كان $s = 4$ فإن $s - 1 = 3$ \times $\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

١٦ إذا كان $٣ = ٧ + ١$ فإن $٧ = \underline{\hspace{1cm}}$

۱۷) إذا كان $3^n = 3 \times 3^n = 3 + 3 + 3 + \dots$

..... + 8 = $\sqrt{36 + 64}$ 

١٩ مجموعة حل المعادلة $x^2 + 4 = 0$ في \mathbb{C} هي

❖ إذا كانت $s^2 = 81$ فإن $\frac{s}{s} = \dots\dots\dots$

$$\dots = [3, 2] - [U [0, 1]] \quad \star$$